Part D :第 25 题 代几综合

【海淀】

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2+m$ 的顶点为 C.

(1)求点 C 的坐标(用含 m 的代数式表示)；

(2)直线 $y=x+2$ 与抛物线交于 A、B 两点，点 A 在抛物线的对称轴左侧.

①若 P 为直线 OC 上一动点，求 $\triangle APB$ 的面积；

②抛物线的对称轴与直线 AB 交于点 M，作点 B 关于直线 MC 的对称点 B'. 以 M 为圆心，MC 为半径的圆上存在一点 Q，使得 $QB'+\frac{\sqrt{2}}{2}QB$ 的值最小，则这个最小值为 _____.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城】

25．如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=\frac{3}{4}x+m$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A 和点 $B(0,-1)$，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 B，且与直线 l 的另一个交点为 $C(4,n)$．

(1) 求 n 的值和抛物线的解析式；

(2) 点 D 在抛物线上，且点 D 的横坐标为 t（$0<t<4$）．$DE\parallel y$ 轴交直线 l 于点 E，点 F 在直线 l 上，且四边形 $DFEG$ 为矩形（如图 2）．若矩形 $DFEG$ 的周长为 p，求 p 与 t 的函数关系式以及 p 的最大值；

(3) M 是平面内一点，将 $\triangle AOB$ 绕点 M 沿逆时针方向旋转 90°后，得到 $\triangle A_1O_1B_1$，点 A、O、B 的对应点分别是点 A_1、O_1、B_1．若 $\triangle A_1O_1B_1$ 的两个顶点恰好落在抛物线上，请直接写出点 A_1 的横坐标．

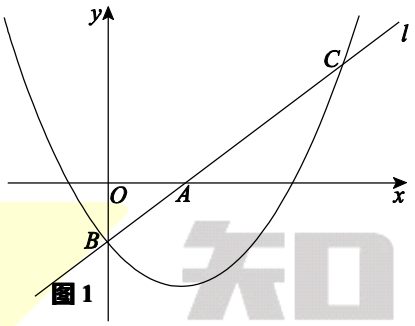


图 1

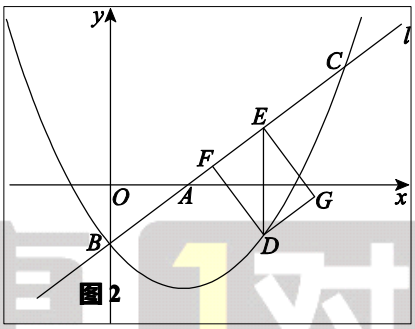


图 2

智康1对1 www.jiajiaoban.com

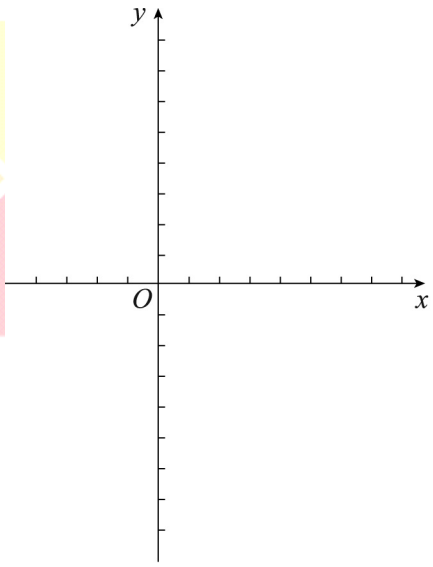
【东城】

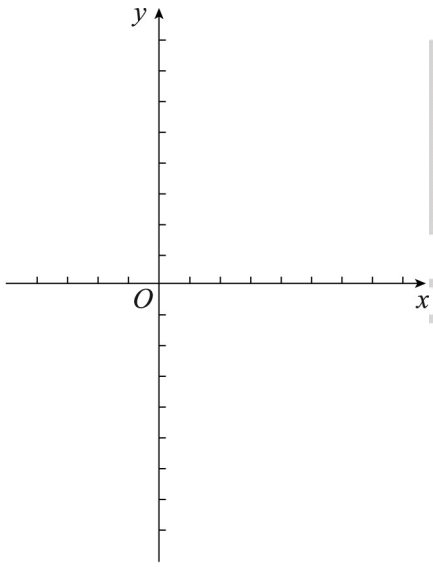
25.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-9$ 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧，且 $OA<OB$），与 y 轴的交点坐标为（0，-5）.点 M 是线段 AB 上的任意一点，过点 M（a，0）作直线 $MC\perp x$ 轴，交抛物线于点 C，记点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 D（C，D 不重合），点 P 是线段 MC 上一点，连结 CD，BD，PD.

（1）求此抛物线的解析式；

（2）当 $a=1$ 时，问点 P 在什么位置时，能使得 $PD\perp BD$；

（3）若点 P 满足 $MP=\frac{1}{4}MC$，作 $PE\perp PD$ 交 x 轴于点 E，问是否存在这样的点 E，使得 $PE=PD$，若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.





（备用图）

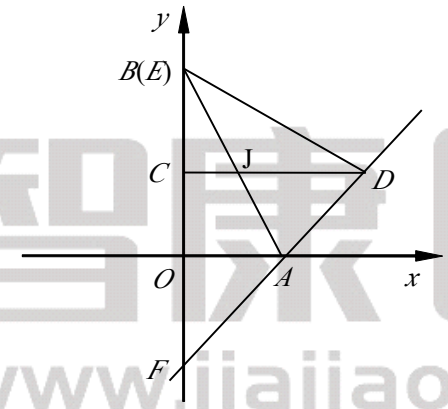
【石景山】

25．如图，把两个全等的 Rt△AOB 和 Rt△ECD 分别置于平面直角坐标系 xOy 中，使点 E 与点 B 重合，直角边 OB、BC 在 y 轴上．已知点 D (4，2)，过 A、D 两点的直线交 y 轴于点 F．若△ECD 沿 DA 方向以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度匀速平移，设平移的时间为 t（秒），记△ECD 在平移过程中某时刻为△ $E'C'D'$， $E'D'$ 与 AB 交于点 M，与 y 轴交于点 N， $C'D'$ 与 AB 交于点 Q，与 y 轴交于点 P(注：平移过程中，点 D' 始终在线段 DA 上，且不与点 A 重合).

（1）求直线 AD 的函数解析式；

（2）试探究在△ECD 平移过程中，四边形 $MNPQ$ 的面积是否存在最大值？若存在，求出这个最大值及 t 的取值；若不存在，请说明理由；

（3）以 MN 为边，在 $E'D'$ 的下方作正方形 $MNRH$，求正方形 $MNRH$ 与坐标轴有两个公共点时 t 的取值范围．



智康1对1 www.jiajiaoban.com

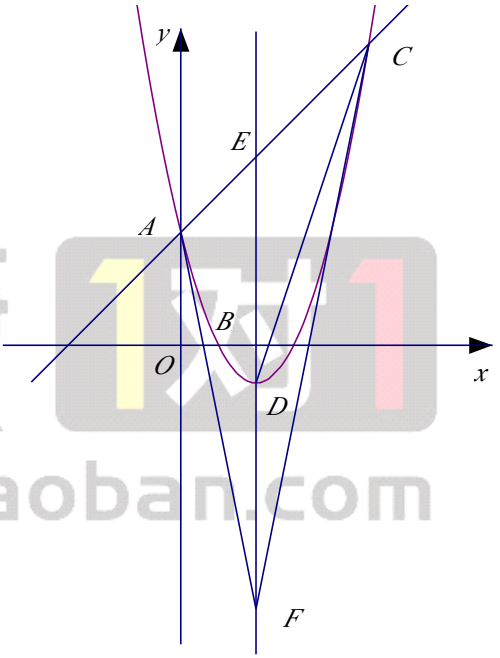
【顺义】

25．如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 y 轴交于点 A，且经过 $B(1,0)$、$C(5,8)$ 两点，点 D 是抛物线顶点，E 是对称轴与直线 AC 的交点，F 与 E 关于点 D 对称．

（1）求抛物线的解析式；

（2）求证：$\angle AFE=\angle CFE$；

（3）在抛物线的对称轴上是否存在点 P，使 ΔAFP 与 ΔFDC 相似．若有，请求出所有符合条件的点 P 的坐标；若没有，请说明理由．



智康1对1 www.jiajiaoban.com

【题目拓展】2012 年

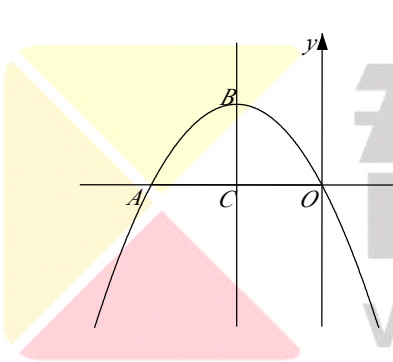
【海淀一模】

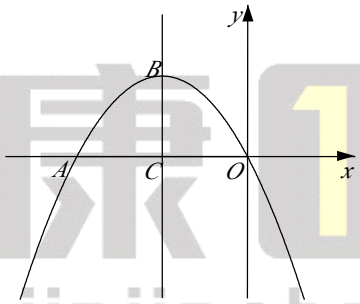
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=\frac{2}{m}x^2-2x$ 与 x 轴负半轴交于点 A，顶点为 B，且对称轴与 x 轴交于点 C.

（1）求点 B 的坐标（用含 m 的代数式表示）；

（2）D 为 BO 中点，直线 AD 交 y 轴于 E，若点 E 的坐标为 $(0, 2)$，求抛物线的解析式；

（3）在（2）的条件下，点 M 在直线 BO 上，且使得 $\triangle AMC$ 的周长最小，P 在抛物线上，Q 在直线 BC 上，若以 A、M、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形，求点 P 的坐标.





智康1对1 www.jiajiaoban.com

【海淀二模】

25、已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点为 P，与 y 轴交于点 A，与直线 OP 交于点 B.

（1）如图 1，若点 P 的横坐标为 1，点 B 的坐标为（3，6），试确定抛物线的解析式；

（2）在（1）的条件下，若点 M 是直线 AB 下方抛物线上的一点，且 $S_{\triangle AEM}=3$，求点 M 的坐标；

（3）如图 2，若点 P 在第一象限，且 $PA=PO$，过点 P 作 $PD\perp x$ 轴于点 D.将抛物线 $y=x^2+bx+c$ 平移，平移后的抛物线经过点 A、D，该抛物线与 x 轴的另一个交点为 C，请探究四边形 $OABC$ 的形状，并说明理由.

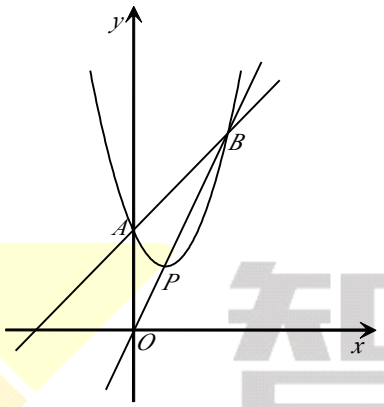


图 1

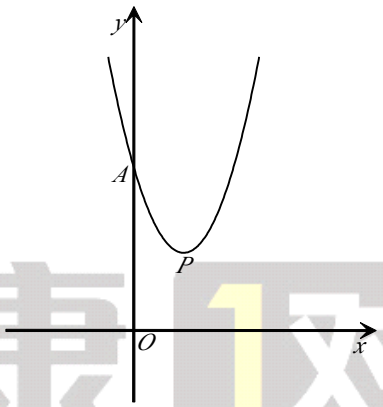


图 2

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城一模】

25．平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-4ax+4a+c$ 与 x 轴交于点 A、点 B，与 y 轴的正半轴交于点 C，点 A 的坐标为(1, 0)，$OB=OC$，抛物线的顶点为 D．

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 若此抛物线的对称轴上的点 P 满足 $\angle APB=\angle ACB$，求点 P 的坐标；

(3) Q 为线段 BD 上一点，点 A 关于 $\angle AQB$ 的平分线的对称点为 A'，若 $QA-QB=\sqrt{2}$，求点 Q 的坐标和此时 $\triangle QAA'$ 的面积．



备用图

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城二模】

25．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y_1=2x^2+\frac{1}{4}$ 的顶点为 M，直线 $y_2=x$，点 $P(n,0)$ 为 x 轴上的一个动点，过点 P 作 x 轴的垂线分别交抛物线 $y_1=2x^2+\frac{1}{4}$ 和直线 $y_2=x$ 于点 A，点 B.

(1)直接写出 A，B 两点的坐标（用含 n 的代数式表示）；

(2)设线段 AB 的长为 d，求 d 关于 n 的函数关系式及 d 的最小值，并直接写出此时线段 OB 与线段 PM 的位置关系和数量关系；

(3)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为整数且 $a\neq 0$），对一切实数 x 恒有 $x\le y\le 2x^2+\frac{1}{4}$，求 a，b，c 的值.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【四年真题】

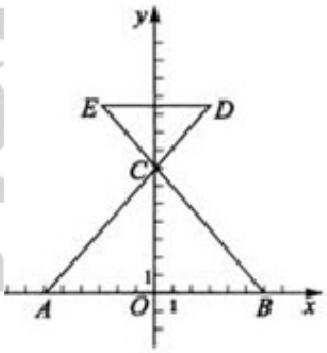
【2009 年 第 25 题】

25.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 三个机战的坐标分别为 $A(-6,0)$，$B(6,0)$，$C(0,4\sqrt{3})$，延长 AC 到点 D，使 $CD=\frac{1}{2}AC$，过点 D 作 $DE//AB$ 交 BC 的延长线于点 E.

（1）求 D 点的坐标；

（2）作 C 点关于直线 DE 的对称点 F，分别连结 DF、EF，若过 B 点的直线 $y=kx+b$ 将四边形 $CDFE$ 分成周长相等的两个四边形，确定此直线的解析式；

（3）设 G 为 y 轴上一点，点 P 从直线 $y=kx+b$ 与 y 轴的交点出发，先沿 y 轴到达 G 点，再沿 GA 到达 A 点，若 P 点在 y 轴上运动的速度是它在直线 GA 上运动速度的 2 倍，试确定 G 点的位置，使 P 点按照上述要求到达 A 点所用的时间最短。（要求：简述确定 G 点位置的方法，但不要求证明）



智康1对1 www.jiajiaoba

【2010 年 第 24 题】

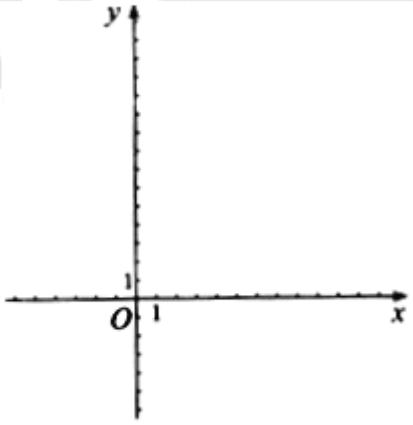
24、在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-\frac{m-1}{4}x^2+\frac{5m}{4}x+m^2-3m+2$ 与 x 轴的交点分别为原点 O 和点 A，点 B（2，n）在这条抛物线上.

（1）求 B 点的坐标；

（2）点 P 在线段 OA 上，从 O 点出发向 A 点运动，过 P 点作 x 轴的垂线，与直线 OB 交于点 E，延长 PE 到点 D，使得 $ED=PE$，以 PD 为斜边，在 PD 右侧作等腰直角三角形 PCD（当 P 点运动时，C 点、D 点也随之运动）.

①当等腰直角三角形 PCD 的顶点 C 落在此抛物线上时，求 OP 的长；

②若 P 点从 O 点出发向 A 点作匀速运动，速度为每秒 1 个单位，同时线段 OA 上另一点 Q 从 A 点出发向 O 点作匀速运动，速度为每秒 2 个单位（当 Q 点到达 O 点时停止运动，P 点也同时停止运动）.过 Q 点作 x 轴的垂线，与直线 AB 交于点 F，延长 QF 到点 M，使得 $FM=QF$，以 QM 为斜边，在 QM 的左侧作等腰直角三角形 QMN（当 Q 点运动时，M 点、N 点也随之运动）.若 P 点运动到 t 秒时，两个等腰直角三角形分别有一条边恰好落在同一条直线上，求此刻 t 的值.



【2011年 第25题】

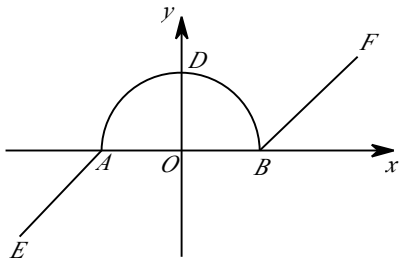
25．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，我们把由两条射线 AE、BF 和以 AB 为直径的半圆所组成的图形叫作图形 C．已知 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，$AE \parallel BF$，且半圆与 y 轴的交点 D 在射线 AE 的反向延长线上．

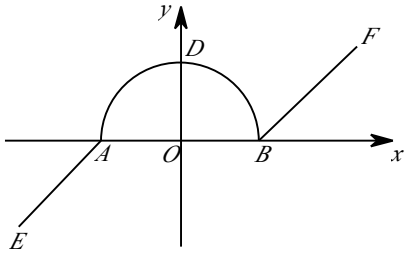
⑴ 求两条射线 AE、BF 所在直线的距离；

⑵ 当一次函数 $y=x+b$ 的图象与图形 C 恰好只有一个公共点时，写出 b 的取值范围；

当一次函数 $y=x+b$ 的图象与图形 C 恰好只有两个公共点时，写出 b 的取值范围；

⑶ 已知平行四边形 $AMPQ$（四个顶点 A、M、P、Q 按顺时针方向排列）的各顶点都在图形 C 上，且不都在两条射线上，求点 M 的横坐标 x 的取值范围．





智康1对1 www.jiajiaoban.com

【2012 年 第 25 题】

25．在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1，y_1)$ 与 $P_2(x_2，y_2)$ 的“非常距离”，给出如下定义：

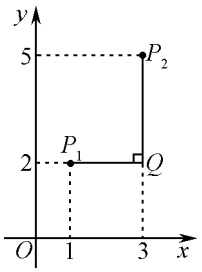


图1

若 $|x_1-x_2|\geqslant|y_1-y_2|$，则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|x_1-x_2|$；

若 $|x_1-x_2|<|y_1-y_2|$，则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|y_1-y_2|$.

例如：点 $P_1(1，2)$，点 $P_2(3，5)$，因为 $|1-3|<|2-5|$，所以点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|2-5|=3$，也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值（点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 的交点）。

（1）已知点 $A(-\frac{1}{2}，0)$，B 为 y 轴上的一个动点，

①若点 A 与点 B 的“非常距离”为 2，写出一个满足条件的点 B 的坐标；

②直接写出点 A 与点 B 的“非常距离”的最小值；

（2）已知 C 是直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 上的一个动点，

①如图 2，点 D 的坐标是（0，1），求点 C 与点 D 的“非常距离”的最小值及相应的点 C 的坐标；

②如图 3，E 是以原点 O 为圆心，1 为半径的圆上的一个动点，求点 C 与点 E 的“非常距离”的最小值及相应的点 E 和点 C 的坐标。

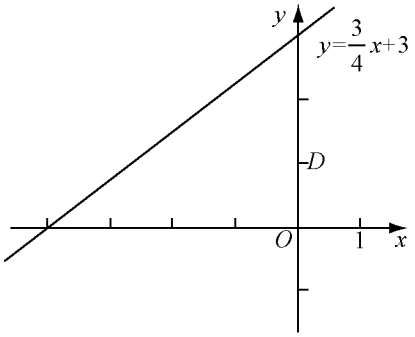


图2

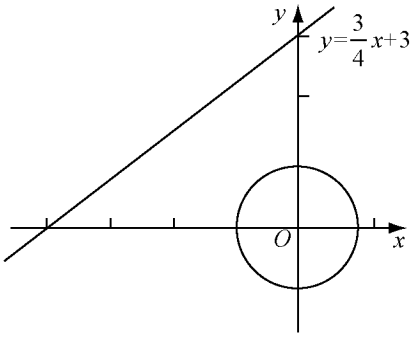


图3

智康1对1 www.jiajiaoban.com

Part D 第 25 题 小结

智康1对1 www.jiajiaoban.com